

Математическая модель процесса холодной прокатки полос

Б.М.Сайдумаров, С.О.Захриддинов, Р.К.Абдувохидов
Ташкентский государственный технический университет, г. Ташкент,
Узбекистан

В статье рассматривается математическая модель процесса холодной прокатки полос в зависимости от нагрузок, действующих на клетки прокатного стана. Приведены расчеты по остаточным напряжениям, исходя из гипотезы об единой кривой истинных напряжений для всех видов формоизменения.

Ключевые слова: *поперечные сечения материалов, продольные волокна, холодная прокатка, прогиб валков, математический анализ прокатки, поперечный изгиб, кривизна, клеть прокатного стана.*

В процессе прокатки происходит изменение во взаимном расположении поперечных сечений материала, вызываемое тем, что в части продольных волокон по одну сторону от нейтральной линии образуются остаточные удлинения, а по другую сторону - остаточные напряжения.

Указанное выше приводит к тому, что в таком материале возникают значительные остаточные напряжения, величина которых может достигать предела текучести и даже предела прочности.

Наличие таких остаточных напряжений приводит к тому, что такие валки в результате холодной прокатки приобретают ряд особых механических свойств.

Приведенные выше механические свойства валков проявляются в том, что нарушается их геометрическая форма, например, прогиб. Эти изменения формы валков могут простираться по всей длине или быть местным и разным по величине и направлению в зависимости от величины и направления деформаций при прокатке.

Причиной изменения геометрической формы является нарушение равновесия между остаточными напряжениями и их перераспределением, что неизбежно приводит к изменению формы валков.

При математическом анализе прокатки и изгиба валков в общем виде встречаются значительные трудности, связанные с большой неравномерностью напряженно-деформированного состояния по толщине раската и сложного характера упрочнения материала при пластическом деформировании.

Принятие для всего диапазона изгиба валков общих упрощений приводит к значительным неточностям для тех или других стадий изгиба.

При выборе зависимости между напряжениями и деформациями исходим из гипотезы об единой кривой истинных напряжений для всех видов формоизменения, т.е. упрочнение материала в наружной и внутренней зонах деформируемого материала считаем зависящим только от степени деформации.

Объемный чисто-пластический изгиб соответствует прогибу валка, который характеризуется значительной величиной деформации, и резко выраженным объемным напряженно-деформированным состоянием.

По величине тангенциальные деформации, в основном, находятся в диапазоне деформации третьего участка диаграммы истинных напряжений.

Линейный изгиб соответствует прогибу валка, когда напряженно-деформированное состояние принимается линейным, т.к. объемность напряженно-деформированного состояния сказывается незначительно и им можно пренебречь.

Средняя упруго - деформированная зона также еще мала по величине и можно считать, что все подвергнутое перегибу сечение изгибаемого валка пластически деформировано.

Упруго-пластический изгиб начинается с перехода деформаций в крайних слоях из упругой области в пластическую и эта стадия изгиба характеризуется значительной величиной средней упруго-деформированной зоны. Величина деформаций соответствует первому и второму участкам диаграммы истинных напряжений [1].

Оценим распределение напряжений по толщине полосы при упруго-пластическом изгибе. Изгибающий момент валка, симметричного по отношению к нейтральному слою, будет проходить посередине сечения и распределение напряжений будет иметь вид (рис.1).

Функциональная зависимость напряжений от координаты выразится в упругой зоне

$$\sigma_1 = \sigma_{02} * \frac{y}{y_{0e}} \quad (1)$$

В пластической зоне

$$\sigma_2 = \sigma_{02} + E_y(y - y_{02})R \quad (2)$$

В общем виде изгибающий момент будет равен

$$M = 2\sigma_{02} \int_0^{y_{02}} bx \frac{y}{y_{02}} y dy + 2 \int_{y_{02}}^{d/2} bx \left[\sigma_{02} + \frac{E_y}{R} (y - y_0) \right] y dy \quad (3)$$

После интегрирования и подстановки

$$Y_{02} = R \sigma_{02} / E ; \quad r \approx R/d ; \quad j = E_y / \sigma_{02}$$

Получим

$$M = \left[1,5 - 2r^2 \left(\frac{\sigma_{02}}{E} \right)^2 + \frac{1}{r} + 3 \frac{\sigma_{02}}{E} - 4r^2 \left(\frac{\sigma_{02}}{E} \right) \frac{j_0}{2} \right] W \cdot \sigma_{02}, \quad (4)$$

где выражение в квадратных скобках является относительным изгибающим моментом; $m = \frac{M}{W}$ – масса валка; σ_{02} – радиус слоя, проходящего через центр тяжести поперечного сечения; r – относительный радиус слоя, проходящего через центр тяжести поперечного сечения.

Исследуя уравнения (4), видно, что влияние упруго-сформированной зоны заметно сказывается при правке полос с небольшими прогибами валков, а с увеличением величины прогиба ее влияние становится незначительным.

При прокатке, когда относительный радиус $r < 200$, повышение изгибающего момента от упрочнения материала получается меньше 2%,

поэтому при упруго-пластическом изгибе можно им пренебречь. Тогда уравнение (4) имеет вид

$$M = \left(1,5 - \frac{2r^2 \sigma_{02}^2}{E^2} \right) W \cdot \sigma_{02}$$

Для упруго-пластического изгиба остается справедливой известная анамнестическая зависимость [2]

$$\frac{1}{R_{np}} = \frac{M}{EY'} \quad (5)$$

Так как принятые допущения при выводе этого уравнения будут давать наименьшие погрешности.

В отличие от чистого изгиба при поперечном изгибе валок находится под действием изгибающего момента и поперечных сил. От изгибающего момента в валке возникают нормальные напряжения, а от поперечных сил – касательные.

При поперечном изгибе кривизна должна изменяться в зависимости от длины, т.к. изменение величины изгибающего момента по длине валка для наиболее распространенной схемы изгиба, т.е. прогибе валка, опирающегося на две опоры, сосредоточенной посередине силой, выразится формулой

$$M_x = 2M \cdot x/L \quad (6)$$

Последовательность протекания поперечного изгиба теоретически можно представить в следующем порядке: в начале деформирования происходит упругий прогиб валка с переменной кривизной по его длине, где изгибающий момент достигает наибольшей величины, в крайних слоях поперечного сечения возникают пластические деформации, которые при дальнейшем прогибе распространяются в обе стороны.

Влияние касательных напряжений на напряженно-деформируемое состояние изгибаемого валка слабо исследовано теоретически.

Рассмотрим действие касательных напряжений при упруго- классическом изгибе, который является наиболее общим следствием прогиба валка.

Выделим на изгибаемом валке участок, ограниченный поперечными сечениями, которые расположены друг от друга на расстоянии dx (рис.2). В сечении $a_1 b_1$ будет действовать изгибающий момент M , а в сечении $a_2 b_2$ - изгибающий момент $M + dM$.

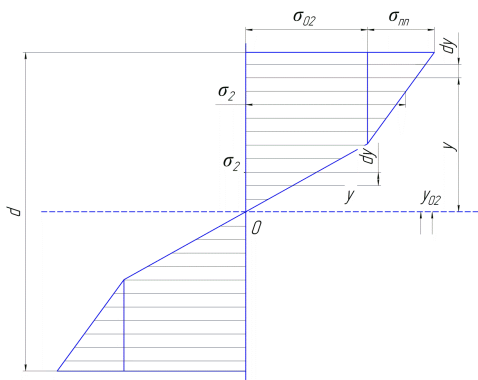


Рисунок 1 – Схема распределений валка при упруго-пластическом изгибе

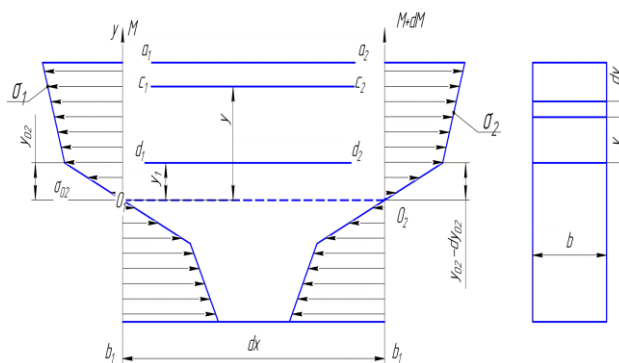


Рисунок 2 – Схема действия нормальных и касательных напряжений при упруго-пластическом изгибе

В первом сечении пластическая зона отстоит от нейтрального слоя на расстоянии Y_{02} , а во втором сечении - на расстоянии $Y_{02} + d_{y_{02}}$.

В пластической зоне в сечении $a_1 b_1$

$$\sigma_1 = \sigma_{02} + \frac{E_y}{R_1} (y - y_{02})$$

В сечении $a_1 b_1$

$$\sigma_2 = \sigma_{02} + \frac{E_y}{R_2} [y - (y_{02} - dy_2)] \quad (7)$$

Выразим в этих уравнениях значения через величины Y_{02} и $Y_{02} + d_{y_{02}}$. Тогда имеем

$$\sigma_1 = \sigma_{02} \left[1 + \frac{E_y}{E} \left(\frac{Y}{Y_{02}} \right) - 1 \right] \quad (8)$$

$$\sigma_1 = \sigma_{02} \left[1 + \frac{E_y}{E} \left(\frac{Y}{Y_{02} - d_{y_{02}}} \right) - 1 \right] \quad (9)$$

В упругой зоне: в сечении $a_1 b_1$

$$\sigma_1' = \frac{Y}{Y_{02}} \sigma_{02} \quad (10)$$

$$\sigma_2' = \frac{Y}{Y_{02} - d_{y_{02}}} \sigma_{02} \quad (11)$$

Рассмотрим касательные напряжения в валке, как в стержневой системе и определим зависимость касательных напряжений в пластической зоне из условия равновесия параллелепипеда сечением, $a_1 a_2 c_1 c_2$ и шириной b (сумма проекций сил на горизонтальную ось равна нулю)

$$\int_y^{d/2} \sigma_1 b dy - \int_y^{d/2} \sigma_2 b dy + \tau_{пл} b dx = 0 \quad (12)$$

После интегрирования и преобразований получим значения касательных напряжений в пластической зоне:

$$\tau_{пл} = \frac{E_y}{E} \cdot \frac{\sigma_{02}}{2} \cdot \frac{d^2/4 - y^2}{y_{02}^2} \cdot \frac{dy_{02}}{dx} \quad (13)$$

Определяем зависимость касательных напряжений в упругой зоне из условия равновесия параллелепипеда сечением $a_1 a_2 d_1 d_2$ шириной b

$$\int_y^{y_{02}} \sigma_1 b dy + \int_y^{d/2} c_1 b dy - \int_y^{y_{02} - d_{y_{02}}} \sigma_2 b dy - \int_{y_{02} - d_{y_{02}}}^{d/2} \sigma_2 b dy + \tau_{уn} b dx = 0 \quad (14)$$

После интегрирования и преобразований получаем значения касательных напряжений в упругой зоне [3]:

$$\tau_{нr} = \frac{\sigma_{02}}{2} \cdot \frac{(y_{02}^2 - y^2) + \frac{E_y}{E} \left(\frac{d^2}{4} - y_{02}^2 \right)}{y_{02}^2} \cdot \frac{dy_{02}}{dx} \quad (15)$$

Находим dy_{02} путем дифференцирования уравнения (4), в котором значения Γ заменим через

$$dy_{02} = \frac{y_{02}^2 d^2 dM}{4 \left[y_{02}^3 + \left(\frac{n^3}{8} - y_{02}^3 \right) \right] W \sigma_{02}} \quad (16)$$

Подставляя значение dy_{02} в уравнения (14) и (15) и заменяя $\frac{dM}{dx}$ и W соответственно через Q и $\frac{Fd}{6}$. Тогда получаем расчетные уравнения для касательных напряжений [4]:

$$\tau_{ил} = \frac{3}{4} \cdot \frac{Q}{F} \cdot \frac{d(d^2/4 - y^2)}{d^3/8 + (E/E_y - 1)y_{02}^3} \quad (17)$$

$$\tau_{уп} = \frac{3}{4} \cdot \frac{Q}{F} \cdot \frac{d\left[\left(\frac{d^2}{4} - y^2\right) + E/E_y(y_{02}^2 - y^2)\right]}{d^3/8 + (E/E_y - 1)y_{02}^3} \quad (18)$$

Максимальное значение касательных напряжений будет на нейтральном слое, т.е. при $y=0$, тогда уравнение (18) примет вид

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{F} \cdot \frac{d^3/8 (E/E_y - 1)^{d/2} \cdot y_{02}^2}{d^3/8 + (E/E_y - 1)y_{02}^3} \quad (19)$$

Таким образом, математическая модель процесса холодной прокатки полос определяется по нагрузкам, действующим на клетки прокатного стана. Разработаны и обоснованы допущения, позволяющие построить расчетные схемы прогиба валков во время процесса прокатки в стационарном режиме.

Библиографический список

1. Целиков А. И. Основы теории прокатки. М., Metallurgia, 2005. -247 с.
- 2.Целиков А. И., Зюзин В. И. Современное развитие прокатных станов. М., Metallurgia, 1992. -400 с.
- 3.Рудской А.И., Лунев В.А. Теория и технология прокатного производства: Учеб.пособие.- СПб.: Наука, 2008. – 527 с.
- 4.Никитин Г.С. Теория непрерывной продольной прокатки: учеб, пособие / Г.С. Никитин.-М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2009.-399 с.