

Комплексное отображение статистических параметров механических свойств деформированных конструкционных материалов в системе MATLAB

В.С. Сушков¹, С.К. Сперанский¹, И.В. Родионов¹
*Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия*

Аннотация: В статье показаны возможности системы MATLAB для статистической обработки экспериментальных данных на примере исследования механических свойств деформированных материалов после обработки давлением

Ключевые слова: математическая статистика, коэффициенты регрессии, ковариация, корреляция, твердость, толщина деформированного слоя, интерфейсные компоненты

Научные исследования могут преследовать различные цели. Одной из них является установление корреляционных связей между различными количественными или качественными признаками и выражение этих связей в виде эмпирических формул [1,2].

Выбор общего вида аппроксимирующей зависимости в каждом конкретном случае индивидуален. Для установления формы связи (прямолинейной или криволинейной) прибегают к графическому методу. По экспериментальным данным в системе декартовых координат строят эмпирическую кривую. По ее виду подбирают наиболее близкую теоретическую кривую, уравнение которой известно. Это уравнение и принимается в качестве эмпирической формулы, определяющей корреляционную связь между изучаемыми величинами. Выбрав, таким образом, наиболее подходящий вид формулы, определяют ее параметры [3].

Цель настоящей статьи – продемонстрировать возможности современных программных средств для определения и графического отображения статистических параметров результатов наблюдения, а также приложения их к инженерной практике [4,5,6]. Например, зная технологические режимы, при которых получены теоретические зависимости можно получать детали с прогнозируемыми механическими свойствами [1].

Рассмотрим совокупность статистических данных, описывающих зависимость твердости материала от толщины деформируемого слоя после обработки давлением (рис.1).



Рис.1 Опытные металлические образцы с отпечатком алмазной пирамидки после индентирования

Эти данные можно представить на графике, где каждой точке деформируемого слоя соответствует экспериментально найденная твердость по толщине исследуемого образца. Задача, связанная с подбором математического выражения, описывающего связь между экспериментальными данными, называется аппроксимацией. Само математическое выражение называют уравнением регрессии, а соответствующая кривая – линия регрессии.

Наибольшее распространение в практике математического моделирования получили полиномиальные аппроксимирующие функции различных степеней.

Если корреляционная связь линейна, то

$$y_i = b_0 + b_1 x_i,$$

где b_0, b_1 - коэффициенты регрессии.

Построенная прямая регрессии должна наилучшим образом описывать эмпирические данные, т.е. коэффициенты должны быть такими, чтобы случайные отклонения были минимальны. Так как эта сумма зависит от коэффициентов, то можно записать

$$F(b_0, b_1) = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_1 x_i - b_0)^2.$$

Наиболее распространенным методом нахождения коэффициентов уравнения регрессии является метод наименьших квадратов (МНК). В соответствии с этим методом коэффициенты выбираются так, чтобы сумма квадратов отклонений была минимальной.

Для минимизации функции приравняем к нулю ее первые производные, поскольку необходимым условием существования минимума данной функции двух переменных является равенство нулю ее частных производных по неизвестным параметрам:

$$\frac{\partial F(b_0, b_1)}{\partial b_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_1 x_i - b_0) x_i = 0;$$

$$\frac{\partial F(b_0, b_1)}{\partial b_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - b_1 x_i - b_0) = 0.$$

После преобразования получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i; \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_i + b_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i. \end{cases}$$

Полученная система нормальных алгебраических уравнений в регрессионном анализе обычно решается по правилу (методу) Крамера.

В качестве числовой характеристики степени точности статистических зависимостей между случайными величинами принято использовать коэффициент корреляции r , который принято рассчитывать по формуле

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X}) \cdot (y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}} = \frac{K_{XY}}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}},$$

где в числителе стоит корреляционный момент или коэффициент ковариации, а в знаменателе среднеквадратические отклонения отдельных измерений x_i, y_i от среднеарифметических значений по результатам всех измерений.

При аппроксимации результатов измерений полиномами более высоких степеней применим подобный способ.

В практике статистической обработки экспериментальных данных считают, что при $r < 0,3$ корреляционная связь между x и y слабая, при $0,3 < r < 0,7$ – средняя и при $r > 0,7$ – сильная. Этот коэффициент представляет собой относительную количественную характеристику разброса случайной величины y от соответствующих ординат осредненного графика. Если $r < 0,5$, то не целесообразно использовать линейную функцию, а можно попробовать найти квадратичную функцию, коэффициенты которой также находят также методом наименьших квадратов:

$$\bar{y}_i = b_0 + b_1 x_i^2 \quad (1)$$

При анализе результатов эксперимента возникает необходимость отображения на экране одновременно всех параметров, что ускорит принятие правильного решения по полученным данным. Нами была разработана прикладная программа в системе MATLAB, которая позволяет комплексно решить эту задачу [8,9].

Система MATLAB позволяет создавать оконные приложения, в которых широко представлены средства управления отображения графических объектов. На стадии программирования принудительно задаются параметры окна, поля графика и все интерфейсные компоненты. Предварительно дизайн окна предполагаемого приложения создается на бумаге в пикселях, а затем программно переносится на экран компьютера. Оконные приложения включают несколько окон, одновременно расположенных на экране. Для ввода и вывода данных оконные приложения предлагают редактируемые поля ввода и вывода символьной информации, а выделяемые прямоугольные области для отображения графической информации. В оконных приложениях используется большой набор типовых компонентов, обеспечивающих диалоговое взаимодействие с пользователем – кнопки, списки, индикаторы состояния различных процессов, рамки и т.д. Каждый интерфейсный элемент обладает заданным набором свойств, определяющих внешний вид и поведение компонента на стадии выполнения программы. В системе MATLAB предусмотрен динамический способ организации интерфейса с пользователем. Он заключается в том, что на стадии

выполнения программы создаются те или иные графические объекты и их свойствам присваиваются соответствующие значения.

Главное назначение командной кнопки является вызов процедуры, реагирующей на соответствующее событие. Созданная кнопка утапливается при щелчке левой кнопкой мыши в тот момент, когда ее курсор находится над поверхностью кнопки и автоматически вызывается программа. Система позволяет окрасить поверхность кнопки в любой цвет и использовать любой оттенок для символов надписи.

Для хранения ранее полученных данных используются программно сформированные файлы.

В начале выполнения программы приводятся глобальные переменные, предназначенные для хранения указателей на динамически создаваемые объекты: указатель на графическое окно, указатели на поле графика, указатели на кнопки, указатели на метки, указатели на поля ввода/вывода значений.

Ввод данных может быть организован либо их чтением из файла, либо путем их набора на клавиатуре с одновременным отображением в соответствующих полях на экране.

MATLAB предлагает широкий ассортимент компонентов, ориентированных на проектирование графического интерфейса. Каждый интерфейсный элемент обладает заданным набором свойств, определяющих внешний вид и поведение компонента на стадии выполнения программы.

Объекты класса «кнопка» снабжаются соответствующей надписью, располагаемой на ней. После ввода значений входных данных в редактируемых полях ввода и щелчка по соответствующе кнопке возникает событие, для обработки которого автоматически вызывается функция. При этом выполняется считывание содержимого текстовых окон и преобразование извлеченных строк в числовой формат. Находятся коэффициенты линии регрессии - b_0 , b_1 и выводятся на экран, строится график линии регрессии, одновременно с этим находится коэффициент корреляции (рис.2).

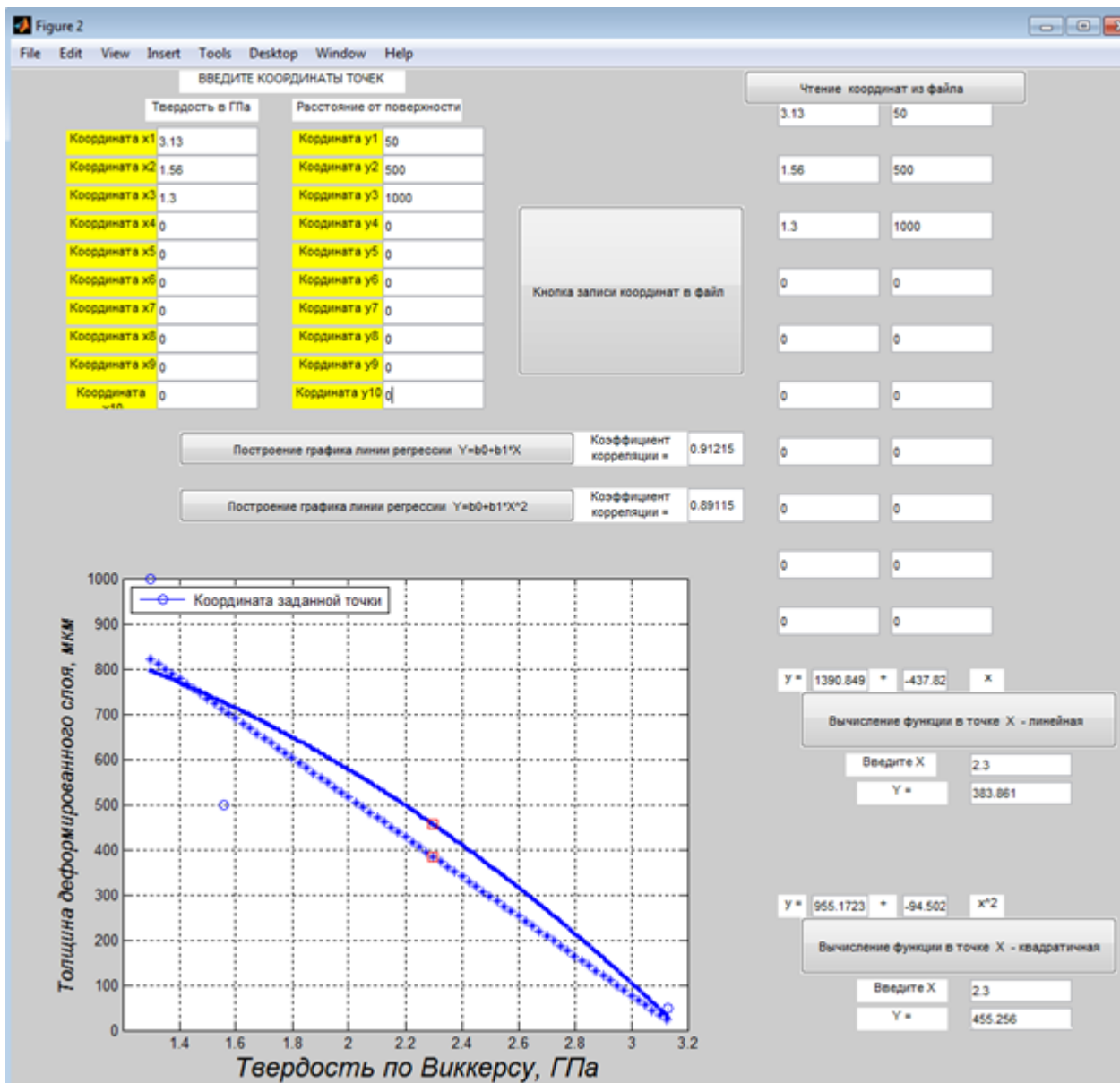


Рис.2 Разработанный интерфейс для комплексного отображения статистических параметров механических свойств деформированных конструкционных материалов

В отличие от большинства визуальных сред, где цвет командных кнопок остается неизменным, MATLAB позволяет окрасить поверхность кнопки в любой цвет и использовать любой цветовой оттенок для символов надписи. Если числовое значение коэффициента корреляции около 1, то фон окрашивается в зеленый цвет, если от 0,3 до 0,7, то синий и если меньше 0,3, то в красный.

Для вычисления теоретической твердости в любой точке образца на интерфейсе имеются специальные поля и командные кнопки. В одно поле заносится значение твердости и после нажатия командной кнопки в другом поле отображается толщина.

Кроме перечисленных возможностей можно построить не только прямую линейную зависимость, но и квадратичную. Для этого имеются соответствующие поля на разработанном интерфейсе.

Используя данный интерфейс на графическом поле можно получать неограниченное число аппроксимирующих линий, вручную вводя координаты точек в сформированные программно поля, что естественно повышает результативность работы исследователя

Заключение

Разработанный интерфейс позволяет одновременно комплексно отображать статистические параметры результатов эксперимента и повысить эффективность работы исследователя механических свойств различных материалов.

Разработанный интерфейс можно использовать для прогнозирования механических свойств материалов, полученных при различных режимах обработки.

Исследования выполнены при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания образовательным организациям высшего образования, подведомственным Минобрнауки РФ (проект № 11.1943.2017/ПЧ) от 11.01.2017 г. (тема: СГТУ-235).

Библиографический список

1. Математическая статистика в технологии машиностроения. Солонин И.С. М., «Машиностроение», 1972, стр.216.
2. Семенов Б.А. Инженерный эксперимент в промышленной теплотехнике, теплоэнергетике и теплотехнологиях: учеб. пособие/Б.А.Семенов, Саратов: Саратов.гос.техн.ун-т,2009.288с.
3. Губотенко В.П. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.пособие/В.П.Губотенко, В.В.Гуров.- Саратов: ООО Издательство «Научная книга», 2007.-236с.:ил.
4. Купер Дж., Макгиллем К. Вероятностные методы анализа сигналов и систем: Пер.с англ.- М.:Мир, 1989.-376с., ил.
5. Иванов В.Н. Математические модели и методы в расчетах на ЭВМ: Лекции для студентов института механизации сельского хозяйства/ Саратов.с.-х.ин-т им. Н.И.Вавилова. Саратов, 1991. 128с
6. Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок. Пер. с англ.-М.: Мир, 1985.-272 с., ил.
7. Кетков Ю.Л., Кетков А.Ю., Шульц М.М. MATLAB 7: программирование, численные методы.-СПб.:БХВ-Петербург, 2005.- 752с.:ил.
8. Плохотников К.Э. Вычислительные методы. Теория и практика в среде MATLAB: курс лекций. Учебное пособие для вузов.-М.: Горячая линия- Телеком, 2009.-496 с.:ил.